Ambulante

1. OBJETIVO:

Que el estudiante identifique la relación funcional entre dos variables, el tipo de esta relación, la determinación de su dominio, su imagen y bosqueje la gráfica de su rapidez instantánea de cambio.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS [1]	COMPETENCIAS GENÉRICAS[2]	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES[3]
1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. 3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	**Se expresa y se comunica** 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. **Piensa crítica y reflexivamente** 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. 6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. **Aprende de forma autónoma** 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. **Trabaja en forma colaborativa** 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.	**Colaboración y trabajo en equipo** • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

[1] http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm

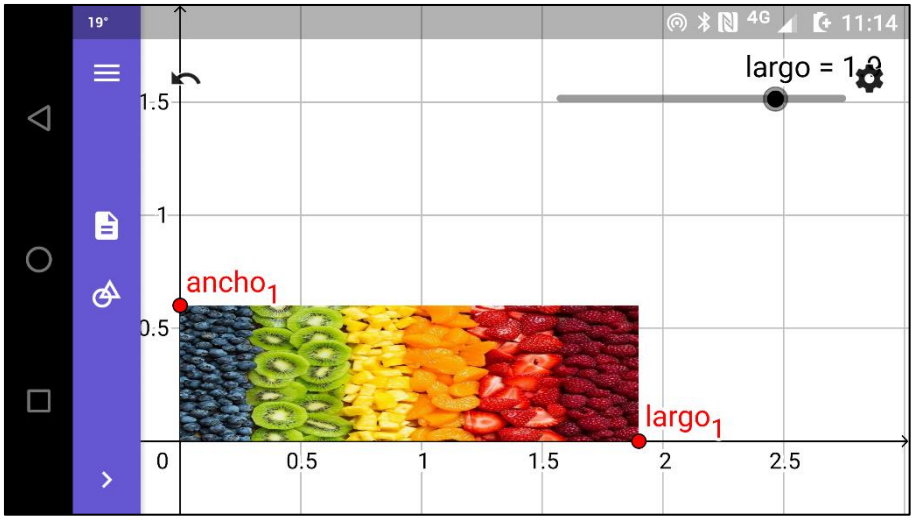
[2] [2] http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competencias_altares.pdf

[3] https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

PLANTEAMIENTO

La alcaldía de esta ciudad frecuentemente recibe solicitudes de permiso de personas dedicadas al comercio ambulante para instalarse en ciertas calles de la ciudad. En el **Departamento de Vía Pública** autorizan estos permisos con la condición de que el perímetro que ocupe cada vendedor sea a lo más de 5 metros. ¿Qué dimensiones les sugerirías a estas personas le dieran a su puesto en la calle para colocar sus productos de manera que ocupen la mayor área posible? Toma en cuenta que los comerciantes siempre consideran acomodar sus mercancías en áreas rectangulares.

Carga en tu dispositivo el archivo **ambulante1.ggb** y ábrelo



En colaboración con tus compañeros de equipo, contesta las preguntas siguientes:

1. ¿Qué es lo que cambia al tiempo que el punto **largo** se mueve? _____

2. ¿Consideras que con este cambio que identificaste cambia el área del puesto? ¿Sí?, ¿No? Discútelo con tus compañeros de equipo _____

3. ¿Qué fórmula se requiere para calcular el área del puesto?

a) A = largo^2 b) A = largo * ancho c) A = π * largo^2

4. Si reescribimos esta fórmula utilizando el formato de funciones, ¿cómo queda?

a) A(largo) = largo^2 b) A(largo) = largo * ancho c) A(largo) = π * largo^2

5. De acuerdo con tu experiencia previa con funciones, esta expresión que obtuviste, ¿es una función? ¿sí? ¿no? ¿porqué?

_____

_____

6. ¿De qué otra expresión podemos echar mano?

a) largo * ancho = 5 b) largo + ancho = 5 c) 2*largo + 2 * ancho =5

7. Ahora, obtén la función que necesitamos para **OPTIMIZAR** el área del puesto. Justifica tu elección

a) A(largo) = largo^2 – 2.5*largo b) A(largo) = 2.5*largo – largo^2 c) A (largo) = largo^2

8. ¿Qué tipo de función es? _____

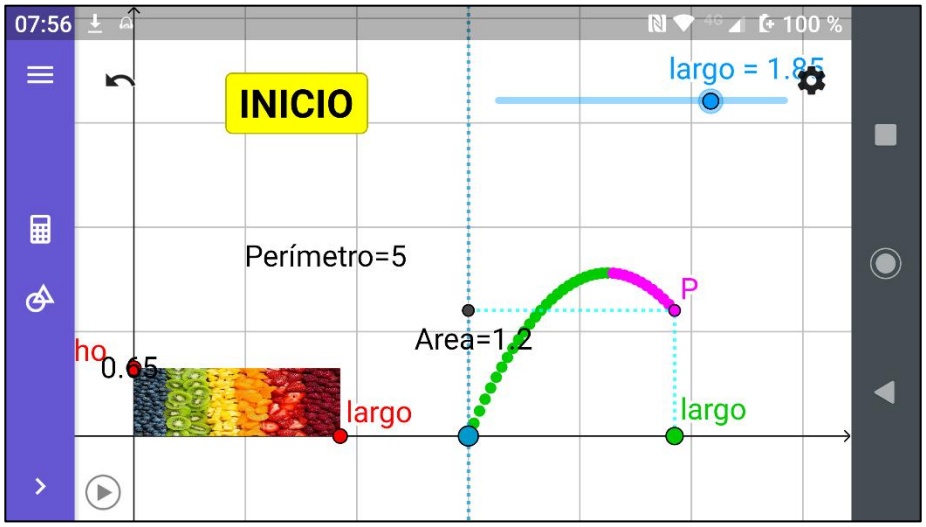
9. En esta función, ¿cuál es la variable dependiente? _____

10. ¿Cuál es la variable independiente? _____

11. ¿Cuál es el dominio de esta función? _____

12. ¿Cuál es su imagen? _____

13. Para contestar esta última pregunta carga en tu dispositivo el archivo **ambulante2.ggb** y ábrelo.



14. ¿Para qué valor de **largo**, el área **A** del puesto alcanza su valor máximo $\mathbf{A_{max}}$? _____

15. Llamaremos a este valor de largo $\mathbf{largo_{max}}$. ¿Qué le sucede al valor del área **A** del puesto para valores del **largo** **<u>menores</u>** a $\mathbf{largo_{max}}$ ($0 \leq$ **largo** $<$ $\mathbf{largo_{max}}$) si el largo del puesto aumenta? _____

a) Aumenta b) Disminuye c) No cambia

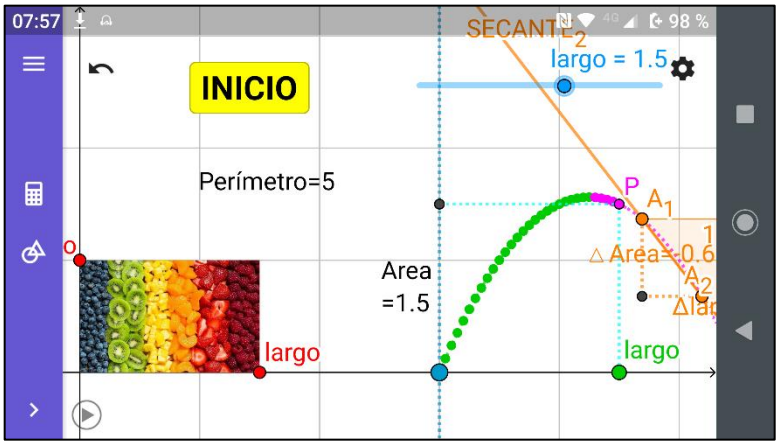
16. Y, si a estos cambios del área **A** los representamos como **ΔA**, ¿cuál de las siguientes expresiones aplicaría en el intervalo de valores $0 \leq$ largo $<$ $\mathbf{largo_{max}}$? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) **ΔA** > 0 b) **ΔA** < 0 c) **ΔA** = 0

17. Si ahora, analizamos qué le sucede al área **A** para valores del largo **<u>mayores</u>** a $\mathbf{largo_{max}}$ (**largo** > $\mathbf{largo_{max}}$), ¿cuál de las siguientes expresiones aplicaría? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) **ΔA** > 0 b) **ΔA** < 0 c) **ΔA** = 0

Nos interesa analizar algunos aspectos de nuestra gráfica que aún no hemos discutido. Para ello abre el archivo **ambulante3.ggb** en tu dispositivo



NOTA IMPORTANTE: Cuando la secante se encuentre ubicada en un intervalo en donde la función sea decreciente el valor de **ΔArea** que aparece en pantalla debe registrarse con signo negativo en la tabla

Observa en esta imagen que sobre la gráfica de la función **A(largo)** aparecen dos puntos $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ y, por esta pareja de puntos pasa una recta. Como esta recta corta a la curva en dos puntos, recibe el nombre de **SECANTE** de la curva. Además, en pantalla también tenemos la pendiente m_s de esta SECANTE (¿recuerdas que en tu curso de Geometría Analítica estudiaste el concepto de pendiente? ¿qué fórmula usabas para calcularla?)

18. Desplaza los puntos $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ colocándolos a ambos **antes** del punto máximo (punto más alto en la gráfica). Observa que también en pantalla aparece el valor de la pendiente de esta secante, m_s. ¿Cómo es el valor de m_s cuando $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ se encuentran antes de este punto?

a) positivo b) negativo c) cero

19. ¿Porqué? _____

20. ¿Cuál es la fórmula que en este caso se utiliza para calcular m_s? Aplica tus conocimientos de Geometría Analítica y tu experiencia en prácticas con movimiento para determinar esta fórmula _____

A esta expresión se le suele llamar en Cálculo ***rapidez de cambio promedio***. Este nombre se debe a que da una idea de qué tanto cambia el área (**ΔA)** al tiempo que cambia el largo del puesto (**Δlargo**).

21. Ahora, desplaza los puntos $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ colocándolos a ambos **después** del punto máximo. ¿Cómo es el valor de m cuando $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ se encuentran después de este punto?

a) positivo b) negativo c) cero

22. ¿Porqué? _____

23. Enseguida, coloca a $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ en dos posiciones distantes y ve acercando $\mathbf{A_1}$ a $\mathbf{A_2}$ **GRADUALMENTE** (únicamente mueve a $\mathbf{A_1}$; a $\mathbf{A_2}$ mantenlo fijo). Para cada nueva posición de $\mathbf{A_1}$ anota los valores de **Δlargo**, de **ΔA** y de m en la tabla siguiente. Repite esto hasta que $\mathbf{A_1}$ quede tan cerca como sea posible de $\mathbf{A_2}$ sin que lleguen a empalmarse. Para ello, haz **Zoom In** (**aproximación**) para tener en pantalla a los puntos $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ al menos, 5 veces hasta que los Δ sean del orden de las cienmilésimas.

Δlargo	ΔA	$m_s = \frac{\Delta A}{\Delta largo}$	$\lvert \Delta m_s \rvert$

24. ¿Cómo calificarías al último valor de **Δlargo** que registraste en la tabla anterior?

a) valor grande b) valor pequeño c) valor muy pequeño

25. ¿Cómo calificarías al último valor de **ΔA** que registraste en la tabla anterior?

a) valor grande b) valor pequeño c) valor muy pequeño

26. ¿Cómo son los últimos dos valores obtenidos para $\boldsymbol{m_s}$?

a) Diferentes c) Prácticamente iguales

Aquí es importante destacar que, si se continua acercando el punto $\mathbf{A_1}$ al punto $\mathbf{A_2}$ el valor de la $m_s = \frac{\Delta A}{\Delta largo}$ ya no cambia. En matemáticas esto se explica con la frase "***porque ya llegó al límite***".

27. ¿Cómo consideras el último valor de $|\boldsymbol{\Delta m_s}|$?

a) valor grande b) valor pequeño c) valor infinitamente pequeño

La noción de valores numéricos infinitamente pequeños surgió en los inicios del **Cálculo** y se les dio el nombre de **DIFERENCIALES**. Son cambios infinitamente pequeños, pero que no llegan a ser iguales a cero. Por ello, para escribirlos ya no se utiliza el símbolo Δ sino que se representan con una $\boldsymbol{d}$ y la razón de cambio promedio que en nuestro caso es

$$m_s = \frac{\Delta A}{\Delta largo}$$

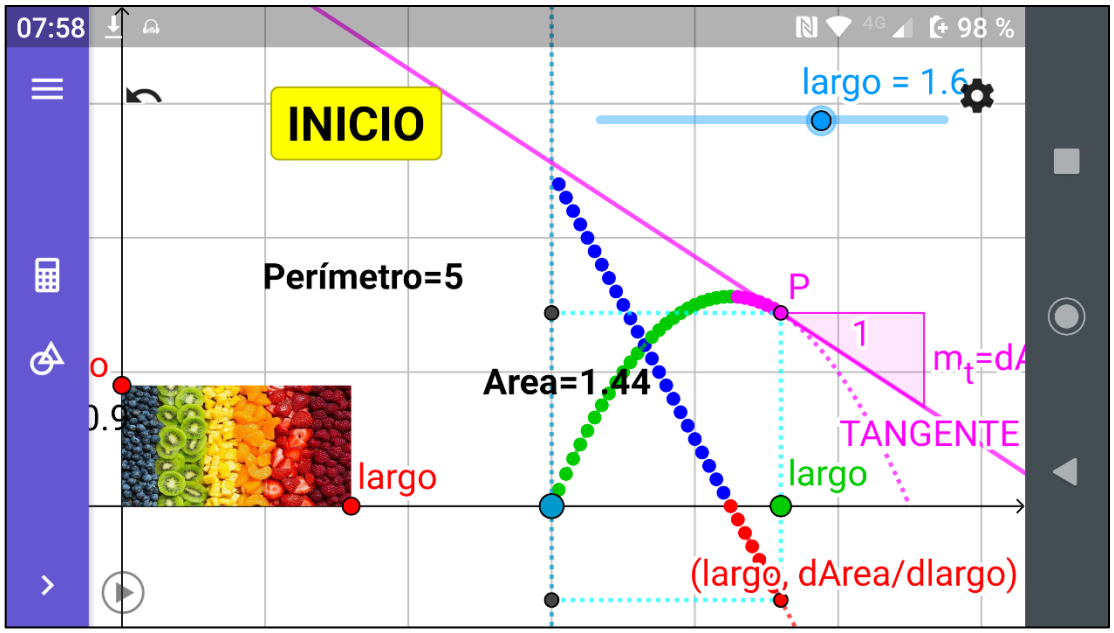
la expresamos como

$$\boxed{\lim_{\Delta largo \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta largo} = m_t = \frac{dA}{dlargo}}$$

que se considera una **razón instantánea de cambio**

Como ahora los puntos $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ se volvieron un solo punto, entonces la recta **SECANTE** se volvió recta **TANGENTE** a la curva. Y esto, ¿de qué nos sirve?

28. Para dar respuesta a esta última pregunta, carga en tu dispositivo el archivo **ambulante4.ggb** y explora la construcción activando el deslizador **largo**, que se encuentra en la esquina inferior izquierda de la pantalla observando qué sucede con la TANGENTE a la gráfica de **A(largo)**, con su pendiente $\boldsymbol{m_T}$ y con la gráfica que se observa en la parte inferior de la pantalla



29. ¿Cuál es el valor del **largo** del puesto cuando el área alcanza su valor máximo, $\mathbf{A_{max}}$? _____

30. ¿Cuál es el valor del **ancho** del puesto cuando el área es igual a $\mathbf{A_{max}}$? _____

31. ¿Cuál es el valor de esta área máxima, $\mathbf{A_{max}}$? _____

32. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva **antes** de que el punto **P** alcance el punto máximo?

_____

33. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva **después** de que el punto **P** alcanza el punto máximo?

_____

34. ¿Cuánto vale la pendiente de la tangente (m_t) cuando el área de la lata alcanza su valor más alto $\mathbf{A_{max}}$? _____

_____

35. Respecto de la curva de la parte inferior, ¿cómo son los valores de su ordenada **antes** de que el punto **P** alcance el máximo?

a) positivos b) negativos c) cero

36. Respecto de esta curva, ¿cómo es el valor de su ordenada cuando el punto **P** alcanza el máximo?

a) positivos b) negativos c) cero

37. ¿Cómo son los valores de las ordenadas de esta curva **después** de que el punto **P** alcanza el punto máximo?

a) positivos b) negativos c) cero

38. ¿Consideras que esta gráfica es la gráfica de una función? _____

39. Si tu respuesta anterior es afirmativa, ¿cuáles serían las variables presentes en esta función? _____

_____

40. ¿Identificas algún tipo de relación entre las dos gráficas? Coméntalo con tus compañeros de equipo y explícalo

_____

_____

_____

41. ¿Consideras que este problema sea un ejemplo de un problema de OPTIMIZACIÓN? ¿si? ¿no? ¿porqué? _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

42. Revisa con tu profesor(a) el procedimiento para obtener una expresión para calcular la rapidez instantánea de cambio del área **A** y su relación con los procesos de optimización.