

La Lata

1. OBJETIVO:

Que el estudiante identifique la relación funcional entre dos variables, el tipo de esta relación, la determinación de su dominio, su imagen, bosqueje la gráfica de la rapidez instantánea de cambio e identifique la relación entre la función y su razón instantánea de cambio.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ¹	COMPETENCIAS GENÉRICAS ²	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES ³
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo. 	<p>Colaboración y trabajo en equipo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

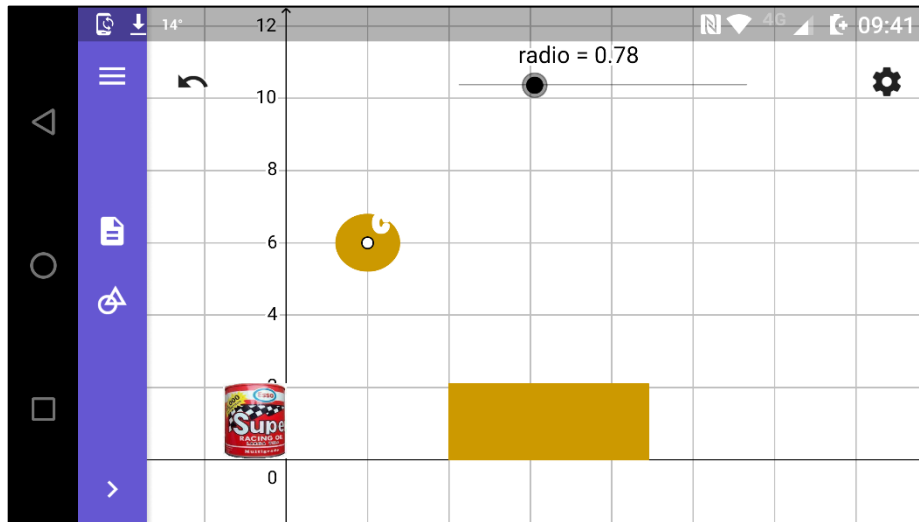
¹ <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

² http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competiciones_altares.pdf

³ https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

PLANTEAMIENTO

Un fabricante de aceite para motor desea construir latas cilíndricas con capacidad de 1 litro, ¿qué altura y qué radio deben tener las latas para que el material con que se construyan sea mínimo?



Carga en tu dispositivo el archivo **lalata1.ggb** y ábrelo.

Para contestar las preguntas siguientes, trabaja colaborativamente con tus compañeros de equipo

1. ¿Qué es lo que cambia cuando se desliza el punto **radio**? _____

2. ¿Consideras que con este cambio que identificaste cambia la cantidad de metal necesario para construir la lata? ¿Sí?, ¿No? Discútelo con tus compañeros de equipo _____

3. ¿Qué fórmula se requiere para calcular el área total de la lata? Anótala (Considera que construir la lata requiere metal para el cuerpo, su base y su tapa).

a) $A = base * altura$ b) $A = 2\pi * radio * altura + 2\pi * radio^2$ c) $A = 4\pi * radio * altura$

4. De acuerdo a tu experiencia con funciones, la expresión que elegiste en el paso anterior, ¿es una función?, ¿sí?, ¿no? ¿Porqué? _____

5. Es posible que requieras considerar el dato que se te proporciona en el enunciado (Volumen de la lata = 1 litro). Si tomamos en cuenta que la lata es un cilindro, esto lo podríamos expresar como ...

a) $\pi * radio^2 * altura = 1$ b) $\pi * radio = 1$ c) $\frac{4}{3}\pi * radio^3 = 1$

6. Si combinas las expresiones elegidas en los puntos 4 y 5 llegarás a obtener la función. ¿Cuál en tu opinión es la correcta? Justifica tu elección

a) $A(radio) = \frac{4}{2\pi r} + 2\pi radio^2$ b) $A(radio) = \frac{2}{r} + 2\pi radio^2$ c) $A(radio) = \pi radio^3$

7. ¿Cómo se denominan este tipo de funciones?

a) Cuadráticas b) Lineales c) Cúbicas d) Racionales

8. En esta función, ¿cuál es la variable dependiente? _____

9. ¿Cuál es la variable independiente? _____

En este tipo de funciones se identifica la presencia de un elemento que hasta ahora no hemos comentado. Se trata de las **ASÍNTOTAS**.

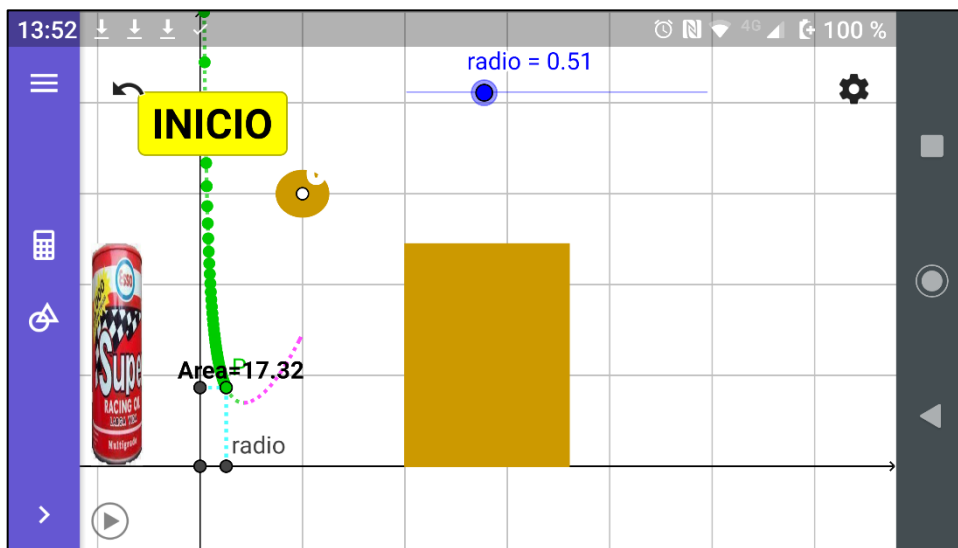
En [matemáticas](#), se le llama **asíntota** de la gráfica de una función a una recta a la que se aproxima continuamente la gráfica de tal función; es decir que la distancia entre las dos tiende a ser cero (0), a medida que se extienden indefinidamente.

10. En la gráfica de la función de este ejercicio, ¿dónde observas que se presenta un comportamiento **ASINTÓTICO**? _____

11. ¿Cuál es el dominio de esta función? _____

12. ¿Cuál es su imagen? _____

13. Quizá contestar esta última pregunta sea un poco complicado. Por ello, ahora, carga en tu dispositivo el archivo **lalata2.ggb**.



14. ¿Para qué valor del **radio**, el área **A** de la lata alcanza su valor mínimo **A_{min}**? _____

15. Llamaremos a este valor del radio **radio_{min}**. ¿Qué le sucede al área **A** de la lata para valores del **radio** menores a **radio_{min}** ($0 \leq \text{radio} < \text{radio}_{\text{min}}$)? _____

16. Y, si a estos cambios del área **A** los representamos como **ΔA**, ¿cuál de las siguientes expresiones aplicarías en este intervalo de valores? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) $\Delta A > 0$

b) $\Delta A < 0$

c) $\Delta A = 0$

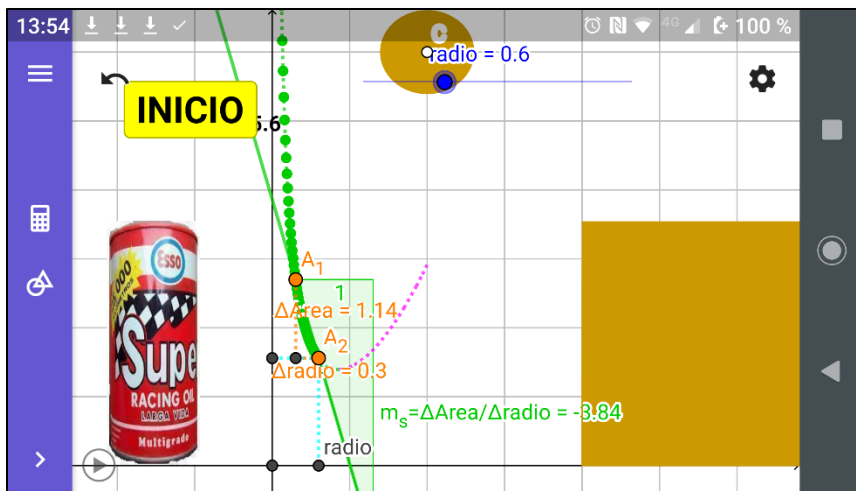
17. Si ahora, analizamos qué le sucede al área **A** para valores de **radio** mayores a **radio_{min}** ($\text{radio} > \text{radio}_{\text{min}}$), ¿cuál de las siguientes expresiones aplicarías? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) $\Delta A > 0$

b) $\Delta A < 0$

c) $\Delta A = 0$

Nos interesa analizar algunos aspectos de nuestra gráfica que aún no hemos discutido. Para ello abre el archivo **lalata3.ggb** en tu dispositivo



NOTA IMPORTANTE: Cuando la secante se encuentre ubicada en un intervalo en donde la función sea decreciente el valor de $\Delta Area$ que aparece en pantalla debe registrarse con signo negativo en la tabla

Observa en esta imagen que sobre la gráfica de la función $A(\text{radio})$ aparecen dos puntos A_1 y A_2 y, por esta pareja de puntos pasa una recta. Como esta recta corta a la curva en dos puntos, recibe el nombre de **SECANTE** de la curva. Además, en pantalla también tenemos la pendiente m_s de esta SECANTE (¿recuerdas que en tu curso de Geometría Analítica estudiaste el concepto de pendiente? ¿qué fórmula usabas para calcularla?)

18. Desplaza los puntos A_1 y A_2 colocándolos a ambos **antes** del punto mínimo (punto más bajo en la gráfica). Observa que también en pantalla aparece el valor de la pendiente de esta secante, m_s . ¿Cómo es el valor de m_s cuando A_1 y A_2 se encuentran antes de este punto?

- a) positivo b) negativo c) cero

19. ¿Porqué? _____

20. ¿Cuál es la fórmula que en este caso se utiliza para calcular m_s ? Aplica tus conocimientos de Geometría Analítica y tu experiencia en prácticas con movimiento para determinar esta fórmula _____

A esta expresión se le suele llamar en Cálculo **rapidez de cambio promedio**. Este nombre se debe a que da una idea de qué tan rápido cambia el área (ΔA) al tiempo que cambia el radio (Δradio).

21. Ahora, desplaza los puntos A_1 y A_2 colocándolos a ambos **después** del punto mínimo. ¿Cómo es el valor de m_s cuando A_1 y A_2 se encuentran después de este punto?

- a) positivo b) negativo c) cero

22. ¿Porqué? _____

23. Enseguida, coloca a A_1 y A_2 en dos posiciones distantes y ve acercando A_1 a A_2 **GRADUALMENTE** (únicamente mueve a A_1 ; a A_2 mantenlo fijo). Para cada nueva posición de A_1 anota los valores de Δradio , de ΔA y de m_s en la tabla siguiente. Repite esto hasta que A_1 quede tan cerca como sea posible de A_2 . Para ello, haz **Zoom In (acercamiento)** al menos 5 veces hasta que los Δ sean del orden de las cienmilésimas

Δradio	ΔA	$m_s = \frac{\Delta A}{\Delta \text{radio}}$	$ \Delta m_s $

40. ¿Consideras que este problema sea un ejemplo de un problema de OPTIMIZACIÓN? ¿sí? ¿no? ¿porqué? _____

41. Revisa con tu profesor el procedimiento para determinar una expresión para calcular la **rapidez instantánea de cambio** del área **A** y su relación con los procesos de optimización.