El Basquetbolista

1. OBJETIVO:

Que el estudiante identifique la relación funcional entre dos variables, el tipo de esta relación, la determinación de su dominio, su imagen y la introducción de la noción de rapidez instantánea de cambio.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS [1]	COMPETENCIAS GENÉRICAS[2]	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES[3]
1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. 3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	**Se expresa y se comunica** 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. **Piensa crítica y reflexivamente** 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. 6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. **Aprende de forma autónoma** 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. **Trabaja en forma colaborativa** 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.	**Colaboración y trabajo en equipo** • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

Transversalidad con los cursos de	Física

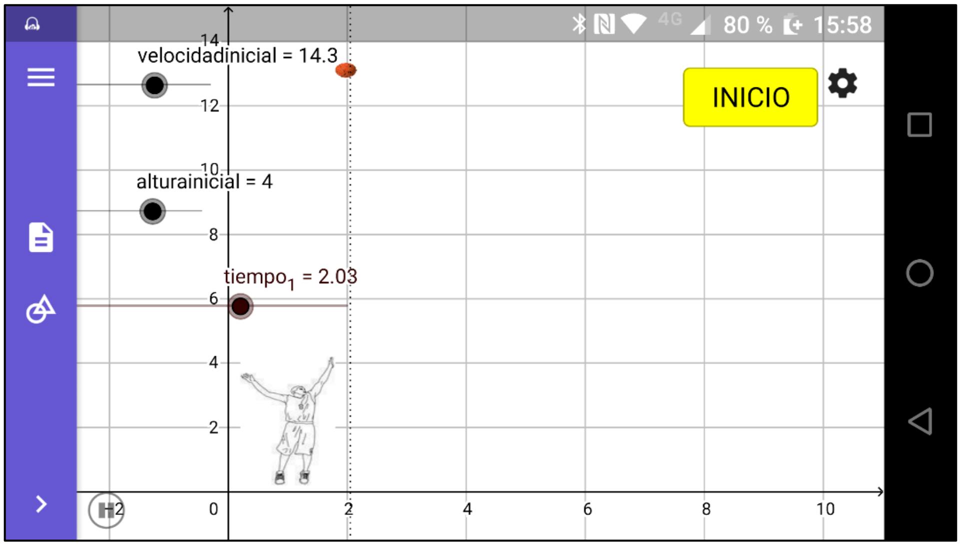
[1] http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm

[2] [2] http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competencias_altares.pdf

[3] https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

PLANTEAMIENTO

Un basquetbolista se encuentra practicando lanzando su balón verticalmente hacia arriba



Carga en tu dispositivo el archivo **elbasquetbolista1.ggb** y ábrelo

1. ¿Qué es lo que cambia durante la animación? ____

2. ¿Qué fórmula se requiere para relacionar la altura recorrida por la pelota a medida que el tiempo transcurre?

a) Altura = tiempo^2 b) Altura = Altura$_0$ + g * tiempo^2

c) Altura = Altura$_0$ + v_0*t + ½ g tiempo^2

NOTA IMPORTANTE: Para que puedas comprender mejor esta pregunta, revisa los videos disponibles en las direcciones siguientes: https://www.youtube.com/watch?v=xAbwbwP7bkE y https://www.youtube.com/watch?v=xGErI2_Xc1c

3. Si reescribimos esta fórmula utilizando el formato de funciones, ¿cómo queda?

a) Altura(tiempo) = tiempo^2 b) Altura(tiempo) = Altura$_0$ + g*tiempo^2

c) Altura(tiempo) = Altura$_0$ + v_0*tiempo + ½ g tiempo^2

4. ¿Qué representan g, Altura$_0$ y v_0? Investiga y coméntalo con tus compañeros ___________________________________

____

5. ¿Qué tipo de función es?

a) lineal b) cuadrática c) ninguna de las anteriores

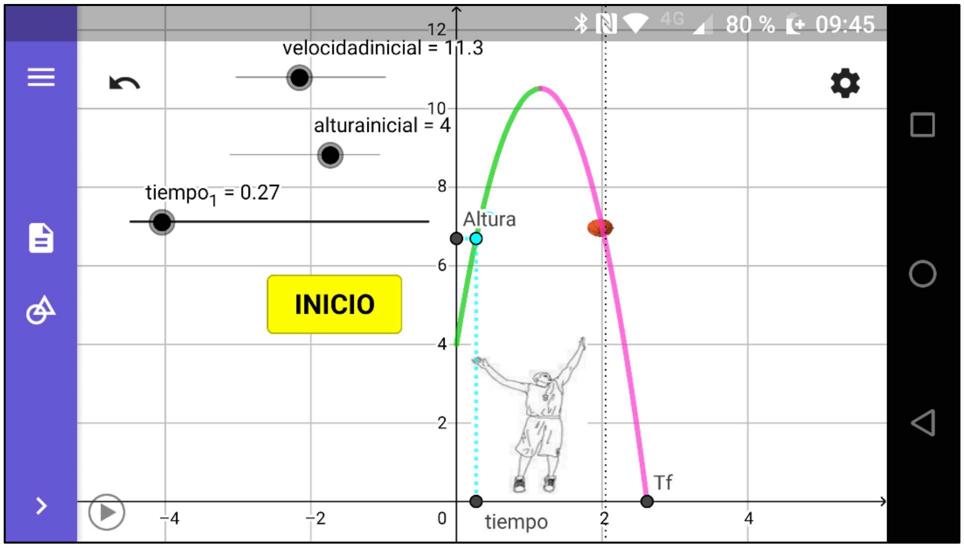
6. En esta función, ¿cuál es la variable dependiente? ____

7. ¿Cuál es la variable independiente? ____

8. ¿Cuál es el dominio de esta función? ____

9. ¿Cuál es su imagen? ____

10. Para contestar esta última pregunta carga en tu dispositivo el archivo **elbasquetbolista2.ggb** y ábrelo.



11. ¿Para qué valor del tiempo, la altura de la pelota alcanza su valor máximo? ____________________________________
Llamaremos a este valor de la altura $\textbf{Altura}_{max}$.

12. ¿Qué le sucede al valor de la altura para valores del tiempo **menores** a $\textbf{tiempo}_{max}$ ($0 \leq$ **tiempo** $<$ $\textbf{tiempo}_{max}$) cuando el tiempo aumenta? ____

a) Aumenta b) Disminuye c) No cambia

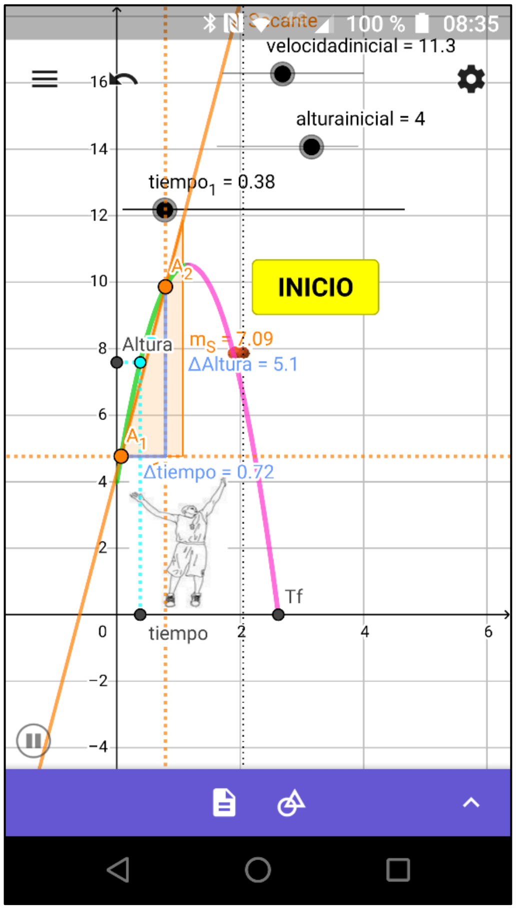
13. Y, si a estos cambios de la altura los representamos como **ΔAltura**, ¿cuál de las siguientes expresiones aplicaría en el intervalo de valores $0 \leq$ **tiempo** $<$ $\textbf{tiempo}_{max}$? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) **ΔAltura** > 0 b) **ΔAltura** < 0 c) **ΔAltura** = 0

14. Si ahora, analizamos qué le sucede a la altura para valores del tiempo **mayores** a $\textbf{tiempo}_{max}$ (**tiempo** > $\textbf{tiempo}_{max}$), ¿cuál de las siguientes expresiones aplicaría? Elige una de las tres opciones subrayándola

a) **ΔAltura** > 0 b) **ΔAltura** < 0 c) **ΔAltura** = 0

Nos interesa analizar algunos aspectos de nuestra gráfica que aún no hemos discutido. Para ello abre el archivo **Elbasquetbolista3.ggb** en tu dispositivo



NOTA IMPORTANTE: Cuando la secante se encuentre ubicada en un intervalo en donde la función sea decreciente el valor de **ΔAltura** que aparece en pantalla debe registrarse con signo negativo en la tabla

Observa en esta imagen que sobre la gráfica de la función **Altura(tiempo)** aparecen dos puntos **A_1** y **A_2** y, por esta pareja de puntos pasa una recta. Como esta recta corta a la curva en dos puntos, recibe el nombre de **SECANTE** de la curva. Además, en pantalla también tenemos la pendiente m_s de esta SECANTE (¿recuerdas que en tu curso de Geometría Analítica estudiaste el concepto de pendiente? ¿qué fórmula usabas para calcularla?)

15. Desplaza los puntos **A_1** y **A_2** colocando ambos **<u>antes</u>** del punto máximo (punto más alto en la gráfica). Observa que también en pantalla aparece el valor de la pendiente de esta secante, $\boldsymbol{m_s}$. ¿Cómo es el valor de $\boldsymbol{m_s}$ cuando **A_1** y **A_2** se encuentran antes de este punto?

a) Negativo	b) Positivo	c) Cero

16. ¿Porqué? ____

17. ¿Cuál es la fórmula que en este caso se utiliza para calcular $\boldsymbol{m_s}$? Aplica tus conocimientos de Geometría Analítica y tu experiencia en prácticas con movimiento para determinar esta fórmula ________________________________

A esta expresión se le suele llamar en Cálculo ***rapidez de cambio promedio***. Este nombre se debe a que da una idea de cuánto cambia la altura (**ΔAltura**) a medida que cambia el tiempo (**Δtiempo**).

18. Ahora, desplaza los puntos **A_1** y **A_2** colocándolos a ambos **<u>después</u>** del punto máximo. ¿Cómo es el valor de $\boldsymbol{m_s}$ cuando **A_1** y **A_2** se encuentran después de este punto?

a) Negativo	b) Positivo	c) Cero

19. ¿Porqué? ____

20. Enseguida, coloca a **A_1** y **A_2** en dos posiciones distantes y ve acercando **A_1** a **A_2** **GRADUALMENTE** (únicamente mueve a **A_1**; a **A_2** mantenlo fijo). Para cada nueva posición de **A_1** anota los valores de **Δtiempo**, de **ΔAltura** y de $\boldsymbol{m_s}$ en la tabla siguiente. Repite esto hasta que **A_1** quede tan cerca como sea posible de **A_2** **sin que se lleguen a unir**. Para ello, haz **Zoom In** (**acercamiento**) para tener en pantalla a los puntos **A_1** y **A_2**, al menos 5 veces hasta que los Δ sean del orden de las cienmilésimas

Δtiempo	ΔAltura	$m_s = \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo}$	$\lvert \Delta m_s \rvert$

21. ¿Cómo calificarías al último valor de **Δtiempo** que registraste en la tabla anterior?

a) valor grande　　b) valor pequeño　　c) valor infinitamente pequeño

22. ¿Cómo calificarías al último valor de **ΔAltura** que registraste en la tabla anterior?

a) valor grande　　b) valor pequeño　　c) valor muy pequeño

23. Sin embargo, al realizar estos cambios ¿qué observas que sucede con el valor de $m_s = \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo}$ que registraste en la tabla anterior?

a) Cada vez m_s se vuelve más y más grande　　b) Cada vez m_s se vuelve más y más pequeña

c) El valor de m_s prácticamente no cambia

Aquí es importante destacar que, si se continua acercando el punto **A_1** al punto **A_2** el valor de la $m_s = \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo}$ ya no cambia. En matemáticas esto se expresa con la frase "***porque ya llegó al límite***".

24. ¿Cómo consideras el último valor de **$\lvert \Delta m_s \rvert$**?

a) valor grande　　b) valor pequeño　　c) valor infinitamente pequeño

La noción de valores infinitamente pequeños surgió en los inicios del **Cálculo** y se les dio el nombre de **DIFERENCIALES**. Son cambios infinitamente pequeños, pero que no llegan a ser iguales a cero. Por ello, para escribirlos ya no se utiliza el símbolo **Δ** sino que se representan con una ***d*** y la razón de cambio promedio que en nuestro caso es

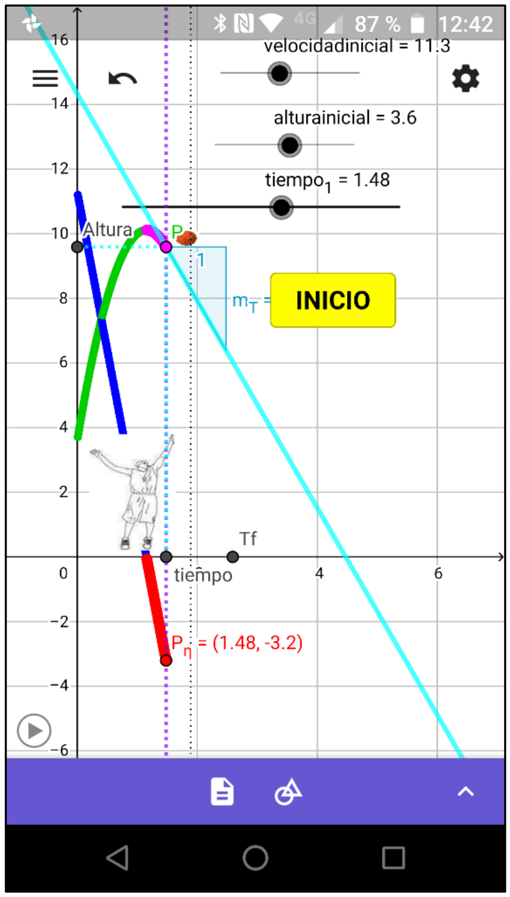
$$m_s = \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo}$$

y entonces podemos decir que $$\lim_{\Delta tiempo \to 0} \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo} = m_t = \frac{dAltura}{dtiempo}$$

que se considera una **razón instantánea de cambio** porque la diferencia de tiempo entre ambos puntos es prácticamente, insignificante.

Como ahora los puntos **A_1** y **A_2** se volvieron prácticamente un solo punto, entonces vamos a considerar que la recta **SECANTE** se volvió recta **TANGENTE** a la curva. Y esto, ¿de qué nos sirve?

25. Para dar respuesta a esta última pregunta, carga en tu dispositivo el archivo **Elbasquetbolista4.ggb** y explora la construcción pulsando el botón **INICIO**, pulsando el botón que se encuentra en la esquina inferior izquierda de la pantalla observando qué sucede con la **TANGENTE** a la gráfica de **Altura(tiempo)**, con su pendiente m_T y con la segunda gráfica que se observa en la pantalla



26. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en alcanzar su altura máxima, **Altura$_{max}$**? ________________________________
Anota, además, los valores de velocidad inicial y altura inicial correspondientes________________________________

____

27. ¿Cuánto vale esta altura máxima **Altura$_{max}$**? ____

28. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva **antes** de que el punto **P** alcance el punto máximo?
____

29. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva **después** de que el punto **P** alcanza el punto máximo?
____

30. ¿Cuánto vale la pendiente de la tangente ($\boldsymbol{m_t}$) cuando el balón alcanza su altura máxima $\textbf{Altura}_{\textbf{max}}$? _______________

____

31. Respecto de la gráfica lineal, ¿cómo son los valores de su ordenada **antes** de que el punto **P** alcance el máximo?

a) positivos b) negativos c) cero

32. Respecto de esta gráfica, ¿cómo son los valores de la ordenada del punto que va trazando el gráfico lineal **después** de que el punto **P** alcanza el máximo?

a) positivos b) negativos c) cero

33. ¿Consideras que esta segunda gráfica es la gráfica de una función? ____

34. Si tu respuesta anterior es afirmativa, ¿cuáles serían las variables presentes en esta función? _____________________

____

35. ¿Identificas algún tipo de relación entre las dos gráficas presentes en la pantalla de tu dispositivo? Coméntalo con tus compañeros de equipo y explícalo ____

____

____

36. ¿Consideras que este problema sea un ejemplo de un problema de OPTIMIZACIÓN? ¿sí? ¿no? ¿porqué? _____________

____

____

____

____

____

____

____

____

37. Revisa con tu profesor(a) el procedimiento para obtener una expresión para calcular la rapidez instantánea de cambio de la **Altura** y su relación con los procesos de optimización.