

El Tanque¹

1. OBJETIVO:

Que el estudiante partiendo de una narración, identifique la relación funcional entre dos variables, el tipo de esta relación, la determinación de su dominio, su imagen y la introducción de la noción de rapidez instantánea de cambio.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ²	COMPETENCIAS GENÉRICAS ³	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES ⁴
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo. 	<p>Colaboración y trabajo en equipo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

Transversalidad con los cursos de

Física

¹ Para facilitar tu comprensión, puedes revisar el video localizado en <https://drive.google.com/file/d/1MXITRxfyNXJNQWSK-08Orf189-LTeG2/view?usp=sharing>

² <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

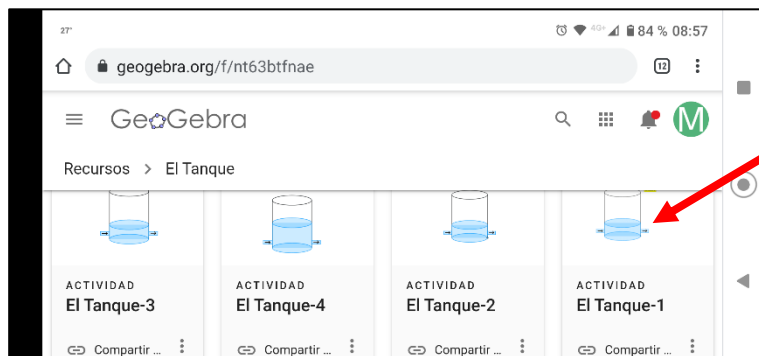
³ http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competiciones_altares.pdf

⁴ https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

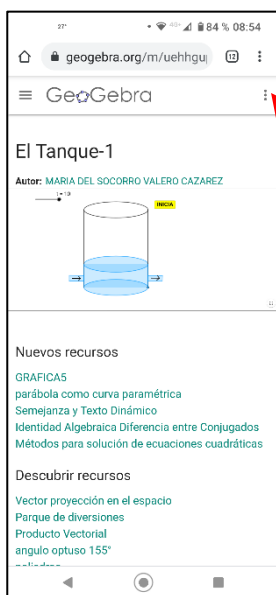
Narración

El día comienza y en cada casa la gente se prepara para salir a la escuela o a trabajar. Así que toda la familia se ducha y además se prepara el desayuno, se lavan trastes, etc.; el consumo de agua en el hogar es grande. Poco a poco, esto va pasando hasta que, transcurridas aproximadamente las primeras tres horas del ajetreo de la mañana, las casas tienen un poco de calma y el tanque que surte de agua a toda la colonia se recarga un poco pero, cuando se comienza a hacer el aseo de cada hogar, a preparar la comida, a lavar los trastos, el regreso de los niños y los padres a casa, nuevamente la reserva del tanque disminuye. Pulsa el botón **INICIA** en el siguiente applet y observa con atención lo que sucede

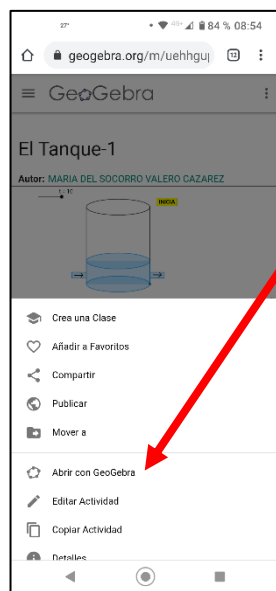
Abre en tu dispositivo el archivo **El Tanque-1.ggb** desde la dirección <https://www.geogebra.org/classic/uehhgupy>



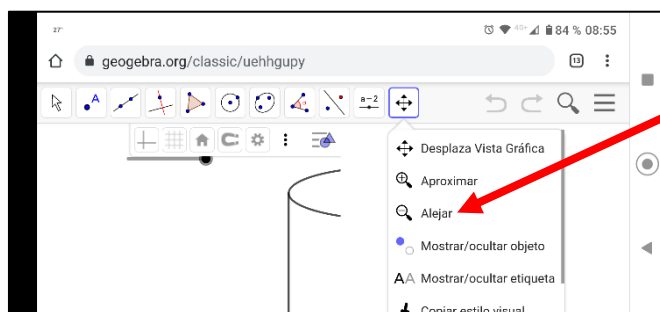
Pulsa aquí



Pulsa aquí

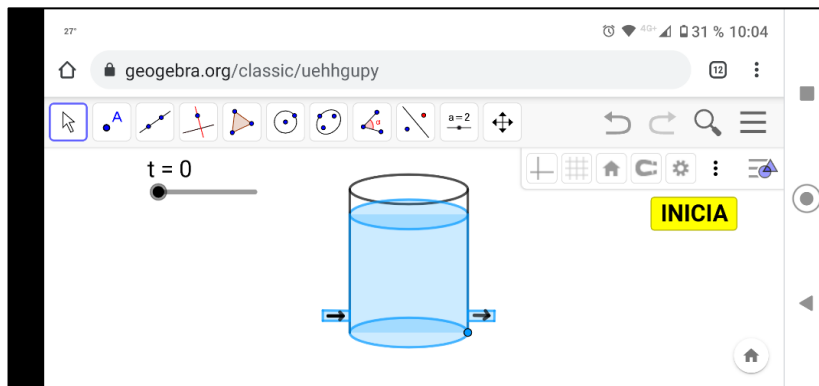


Pulsa aquí



Pulsa aquí

Después de hacer las selecciones anteriores y usando un acercamiento adecuado a la imagen en pantalla podemos tener una vista como la siguiente:



1. Después de pulsar el botón **INICIA**, ¿qué es lo que observas que cambia durante la animación de esta aplicación? _____

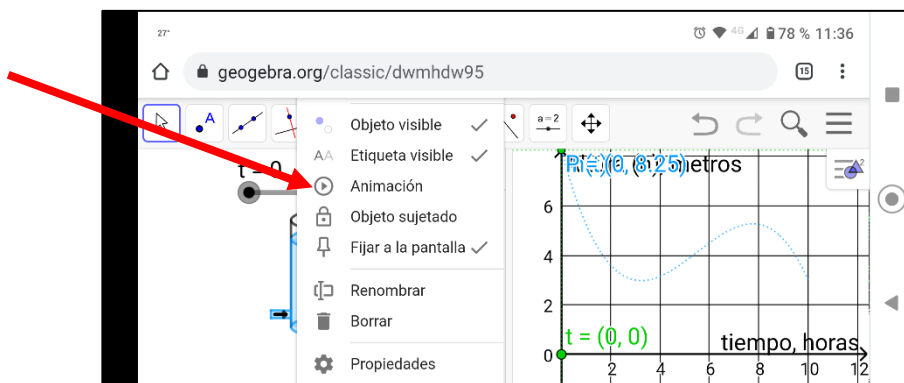
2. Para facilitar tu respuesta ahora abre **El Tanque-2.ggb** desde <https://www.geogebra.org/m/dwmhdw95>



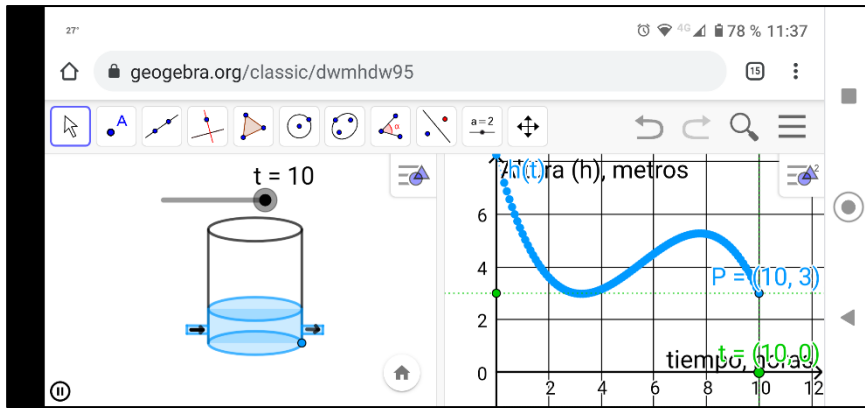
Pulsa aquí

Si acaso queda fuera de pantalla el botón **INICIA** pulsa con tu dedo el deslizador **t** para activar el **Menú** y selecciona la opción **Animación**

Pulsa aquí



Verás que el punto **P** se desliza a través de la curva punteada y va dejando un rastro que pinta de azul la curva



3. Y, ¿qué representa el movimiento de este punto P? _____

4. ¿Consideras que existe alguna relación entre la narración inicial, la animación del tanque y el gráfico que la acompaña? Explica _____

5. ¿Qué tipo de función es?

- a) lineal b) cuadrática c) cúbica d) ninguna de las anteriores

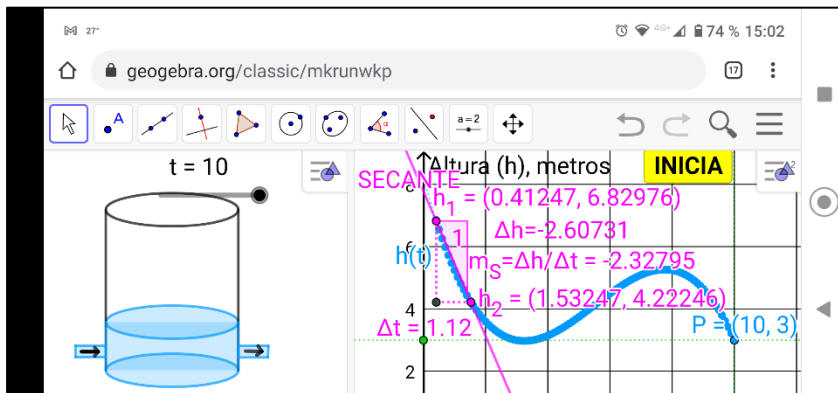
6. En esta función, ¿cuál es la variable dependiente? _____

7. ¿Cuál es la variable independiente? _____

8. ¿Cuál es el dominio de esta función? _____

9. ¿Cuál es su imagen? _____

10. Enseguida, analicemos otro aspecto de la actividad accedando la aplicación **El Tanque-3.ggb** localizado en <https://www.geogebra.org/m/mkrunwkp>



NOTA IMPORTANTE: Cuando la secante se encuentre ubicada en un intervalo en donde la función sea decreciente el valor de Δh que aparece en pantalla debe registrarse con signo negativo en la tabla

17. Sin embargo, al realizar estos cambios ¿qué observas que sucede con el valor de $m_s = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ que registraste en la tabla anterior?

- a) Cada vez m_s se vuelve más y más grande
- b) Cada vez m_s se vuelve más y más pequeña
- c) El valor de m_s prácticamente no cambia

Aquí es importante destacar que, si se continúa acercando el punto h_1 al punto h_2 el valor de la $m_s = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ ya no cambia. En matemáticas esto se expresa con la frase “**porque ya llegó al límite**”.

18. ¿Cómo consideras el último valor de $|\Delta m_s|$?

- a) valor grande
- b) valor pequeño
- c) valor infinitamente pequeño

La noción de valores infinitamente pequeños surgió en los inicios del **Cálculo** y se les dio el nombre de **DIFERENCIALES**. Son cambios infinitamente pequeños, pero que no llegan a ser iguales a cero. Por ello, para escribirlos ya no se utiliza el símbolo Δ sino que se representan con una d y la **razón** de cambio promedio que en nuestro caso es

$$m_s = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

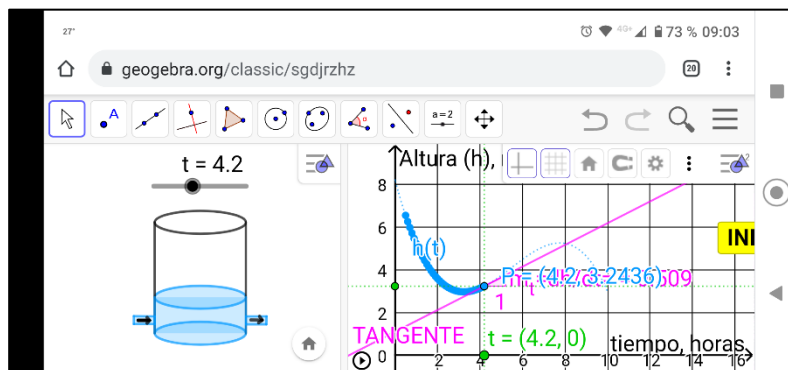
y entonces podemos decir que

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} = m_t = \frac{dh}{dt}$$

que se considera una **razón instantánea de cambio** porque la diferencia de tiempo entre ambos puntos es prácticamente, insignificante.

Como ahora los puntos h_1 y h_2 se volvieron prácticamente un solo punto, entonces vamos a considerar que la recta **SECANTE** se volvió recta **TANGENTE** a la curva. Y esto, ¿de qué nos sirve?

19. Para dar respuesta a esta última pregunta, carga en tu dispositivo el archivo **El Tanque-4.ggb** <https://www.geogebra.org/classic/sgdjrzhz> y explora la construcción pulsando el botón **INICIO**, pulsando el botón que se encuentra en la esquina inferior izquierda de la pantalla observando qué sucede con la **TANGENTE** a la gráfica de $h(t)$ y con la pendiente m_T de la TANGENTE

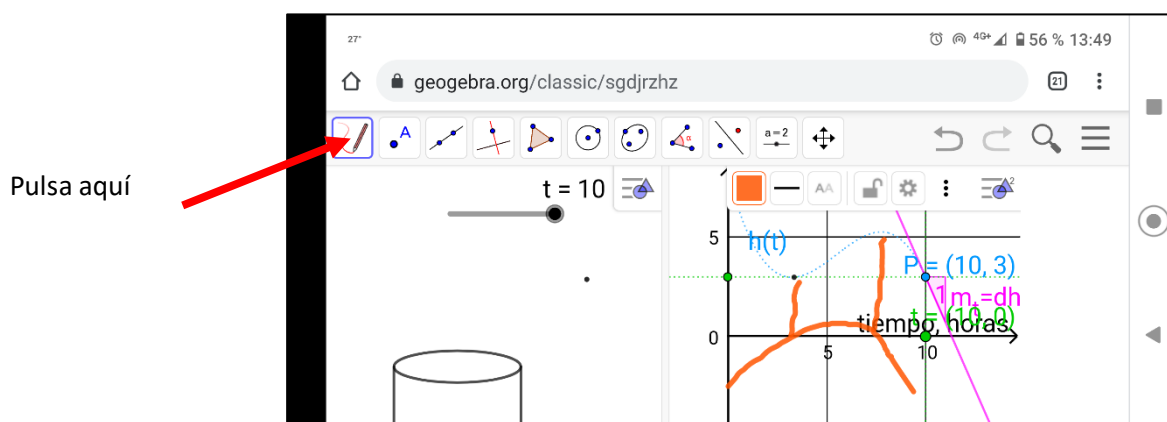


Recordemos que sí, como ya hemos mencionado $m_t = \frac{dh}{dt}$ entonces m_T en realidad representa la velocidad con que a cada instante se va moviendo el nivel del agua en el interior del tanque. Aquí cabría preguntarse ¿sería posible imaginar si es posible relacionar esta velocidad v con el tiempo? La respuesta es un rotundo sí.

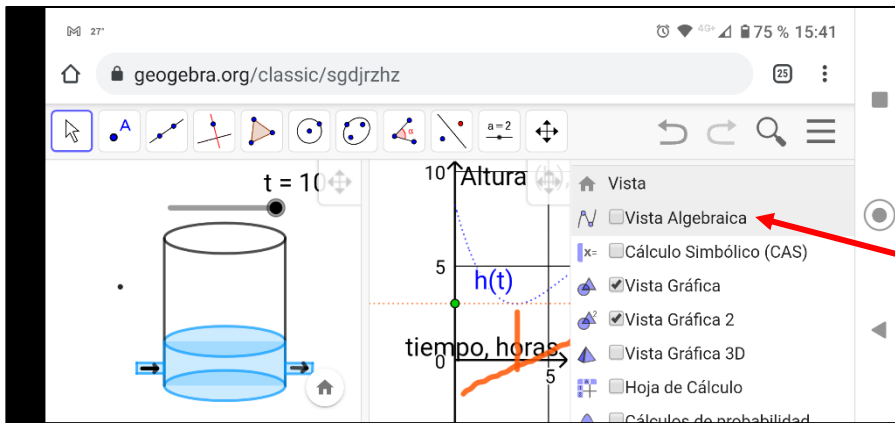
Para ello es importante hacer tres consideraciones que en actividades anteriores ya hemos mencionado:

- a) Cuando el nivel del agua aumenta, es decir, sube, su velocidad de movimiento $\frac{dh}{dt}$ es positiva
- b) Cuando el nivel del agua disminuye, es decir, baja, su velocidad de movimiento $\frac{dh}{dt}$ es negativa
- c) Cuando cambia el sentido de su movimiento, es decir, cuando deja de subir para comenzar a bajar o, cuando deja de bajar para comenzar a subir, su velocidad es igual a cero

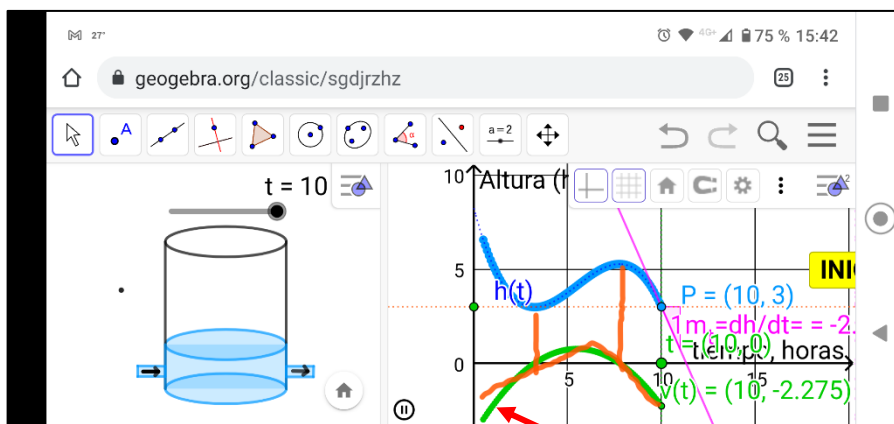
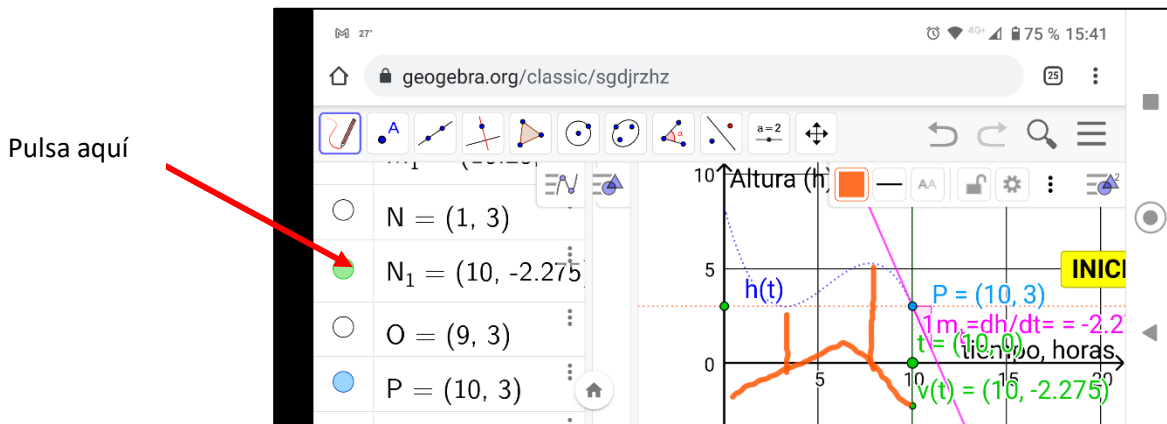
20. Con esto en mente, activa la herramienta del **Lápiz** de GeoGebra y traza un bosquejo de la gráfica de la velocidad vs. tiempo



21. Ahora activa la Vista Algebraica



22. Enciende el punto N_1



23. ¿Qué significa la gráfica verde? _____

24. ¿Cuánto tiempo transcurre para que el nivel del agua alcance su altura máxima, h_{max} ? _____

25. ¿Cuánto vale esta altura máxima h_{max} ? _____

26. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva antes de que el punto **P** alcance el punto máximo?

27. ¿Cuál es el signo de la pendiente de la tangente (m_t) a la curva después de que el punto **P** alcanza el punto máximo?

28. ¿Cuánto vale la pendiente de la tangente (m_t) cuando el balón alcanza su altura máxima h_{\max} ? _____

29. Respecto de la gráfica cuadrática, ¿cómo son los valores de su ordenada antes de que el punto **P** alcance el máximo?

a) positivos

b) negativos

c) cero

30. Respecto de esta gráfica, ¿cómo son los valores de la ordenada del punto que va trazando este gráfico después de que el punto **P** alcanza el mínimo?

a) positivos

b) negativos

c) cero

31. ¿Consideras que esta segunda gráfica es la gráfica de una función? _____

32. Si tu respuesta anterior es afirmativa, ¿cuáles serían las variables presentes en esta función? _____

33. ¿Identificas algún tipo de relación entre las dos gráficas presentes en la pantalla de tu dispositivo? Coméntalo con tus compañeros y explícalo _____

ACTIVIDADES

Analiza las apps que se ubican en las direcciones

1. <https://www.geogebra.org/m/smmvwyk>
2. <https://www.geogebra.org/m/hetjb9nd>
3. <https://www.geogebra.org/m/wbwt6q6z>

Para cada una de ellas:

- a) Escribe una narración que coincida con la imagen animada y con el gráfico cartesiano que le acompaña
- b) Usando un lápiz, bosqueja el gráfico de $v(t)$ vs. t correspondiente