

Exploración 1**1. OBJETIVO:**

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de elipse obtenida en su práctica anterior para elipses con focos sobre el eje X y centro en el origen.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ¹	COMPETENCIAS GENÉRICAS ²	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES ³
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo. 	<p>Colaboración y trabajo en equipo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

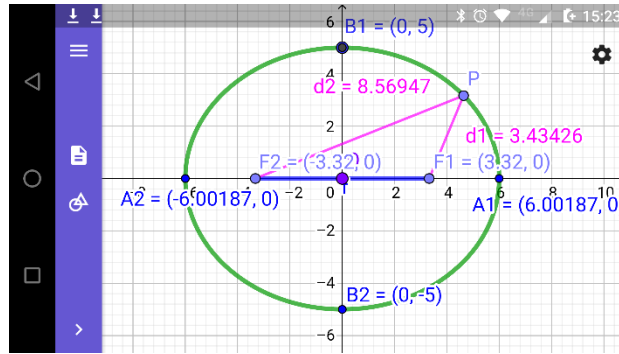
¹ <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

² http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competiciones_altares.pdf

³ https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

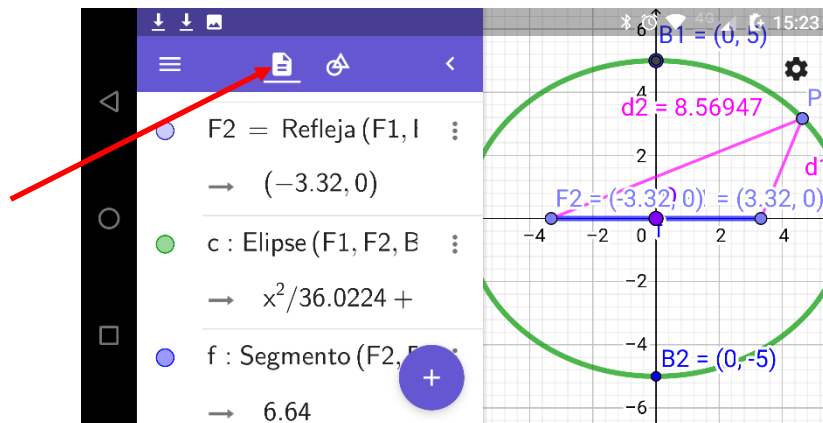
2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **elipse1.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.

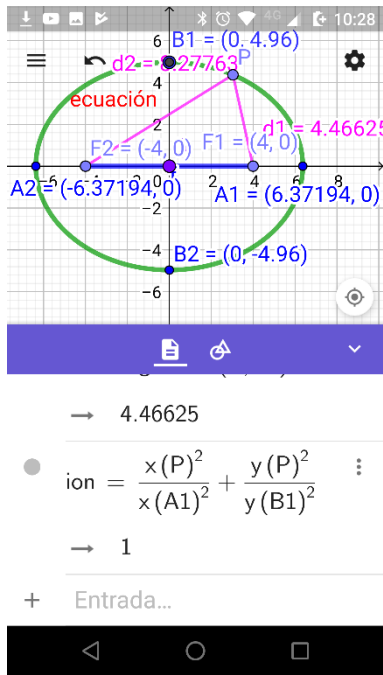


2. ¿Cómo se llaman los puntos fijos F_1 y F_2 ? _____
3. ¿Cuál es el nombre de la recta que pasa por F_1 y F_2 ? _____
4. ¿Qué nombre recibe el segmento A_1A_2 ? _____
5. ¿Qué nombre recibe el segmento B_1B_2 ? _____
6. ¿Qué nombre recibe el segmento F_1F_2 ? _____
7. En la gráfica anterior, ¿en qué puntos se ubican los vértices de la elipse? _____

Para contestar las preguntas siguientes, pulsa primero el ícono de la calculadora para tener a la vista las definiciones de cada uno de los elementos geométricos presentes en la construcción. En lo sucesivo, a la sección de arriba le llamaremos **vista gráfica** y a la sección de abajo le llamaremos **vista algebraica**.



8. Coloca las coordenadas de los puntos F_1 y B_1 en 8 distintas posiciones y llena el resto de las celdas para cada uno de estos valores. Compara tus resultados con los obtenidos por tus compañeros. Toma en cuenta, para calcular los resultados de la expresión de la cuarta columna que: $x = x(P)$, $y = y(P)$, $a = x(A_1)$, $b = y(B_1)$, $c = x(F_1)$.



$F_1(c, 0)$	$B_1(0, b)$	$A_1(a, 0)$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

9. ¿Cuál es el resultado que obtienes en la 4ª columna, para todas las posiciones que registraste de F_1 y B_1 ? _____

10. Ahora, registra en la tabla siguiente los valores que se indican para 5 posiciones distintas de B_1

$x(A_1)^2$	$y(B_1)^2$	$x(F_1)^2$	$y(B_1)^2 + x(F_1)^2$

11. Los resultados obtenidos en tu tabla, exprésalos en términos de a , b y c . (En el punto 8 de esta secuencia puedes consultar la definición de a , b y c) _____

12. Enseguida, para la elipse con $F_1(3, 0)$ y $B_1(0, 4)$ coloca el punto P en 5 diferentes posiciones y, para cada una de ellas, registra los valores de d_1 y d_2 en la tabla siguiente y el resultado correspondiente para la tercera columna

⁴ Revisa en tu VISTA ALGEBRAICA el valor de la expresión **ecuacion** $\frac{x(P)^2}{x(B_1)^2} + \frac{y(P)^2}{y(A_1)^2}$. Anota este valor en la columna 4 de tu tabla

$P(x, y)$	d_1	d_2	$d_1 + d_2$

13. ¿Cómo son los valores de $d_1 + d_2$ que obtuviste? ¿iguales? ¿diferentes? _____

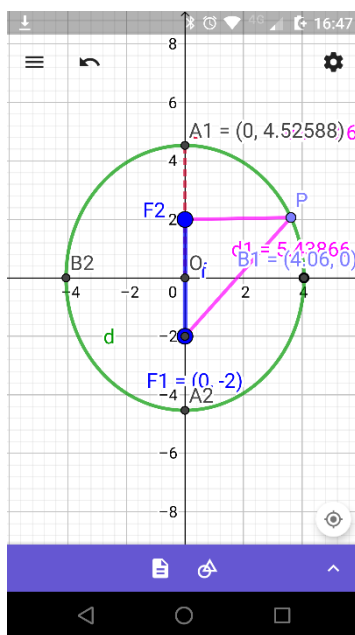
Exploración 2

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de elipse obtenida en su práctica anterior para elipses con focos sobre el eje Y y centro en el origen.

2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **elipse2.ggb** en tu dispositivo.



2. ¿Cómo se llaman los puntos fijos F_1 y F_2 ? _____

3. ¿Cuál es el nombre de la recta que pasa por F_1 y F_2 ? _____

4. ¿Qué nombre recibe el segmento A_1A_2 ? _____

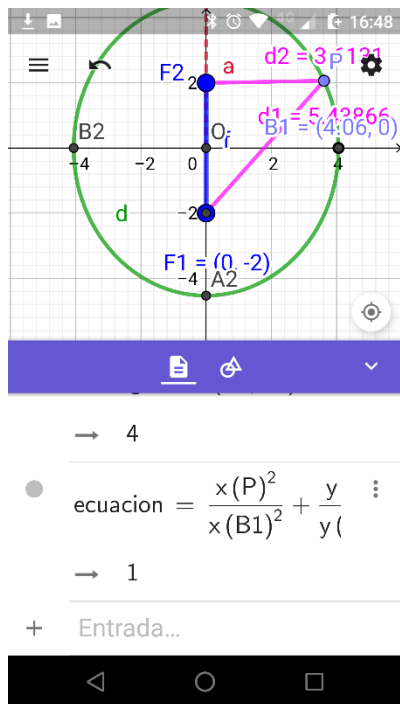
5. ¿Qué nombre recibe el segmento B_1B_2 ? _____

6. ¿Qué nombre recibe el segmento F_1F_2 ? _____

7. En la gráfica anterior, ¿en qué puntos se ubican los vértices de la elipse? _____

Para contestar las preguntas siguientes, pulsa primero el ícono de la calculadora para tener a la vista las definiciones de cada uno de los elementos geométricos presentes en la construcción, como lo hiciste en actividades anteriores.

8. Coloca las coordenadas de los puntos F_1 y B_1 en 8 distintas posiciones y llena el resto de las celdas para cada uno de estos valores. Compara tus resultados con los obtenidos por tus compañeros. Toma en cuenta, para calcular los resultados de la expresión de la cuarta columna que: $x = x(P)$, $y = y(P)$, $a = y(A_1)$, $b = x(B_1)$, $c = y(F_1)$.



$F_1(0, c)$	$B_1(b, 0)$	$A_1(0, a)$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2}$

9. ¿Cuál es el resultado que obtienes en la 4ª columna, para TODAS las posiciones que registraste de F_1 y B_1 ? _____

10. Ahora, registra en la tabla siguiente los valores que se indican para 5 posiciones distintas de b (igual a $x(B_1)$), de c (igual a $y(F_1)$) (NOTA: $a = y(A_1)$).

$y(A_1)^2$	$x(B_1)^2$	$x(F_1)^2$	$x(B_1)^2 + y(F_1)^2$

⁵ Revisa en tu VISTA ALGEBRAICA el valor de la expresión **ecuacion** = $\frac{x(P)^2}{x(B_1)^2} + \frac{y(P)^2}{y(A_1)^2}$. Anota este valor en la columna 4 de tu tabla

11. Los resultados obtenidos en tu tabla, exprésalos en términos de a , b y c . _____

12. Enseguida, para una elipse con $F_1(0, 4)$ y $B_1(3, 0)$ coloca el punto P en 5 diferentes posiciones y, para cada una de ellas, registra los valores de d_1 y d_2 en la tabla siguiente y el resultado correspondiente para la tercera columna

$P(x, y)$	d_1	d_2	$d_1 + d_2$

13. ¿Cómo son los valores de $d_1 + d_2$? ¿iguales? ¿diferentes? _____

3. BATERÍA DE EJERCICIOS

Para cada uno de los ejercicios siguientes, construye la gráfica correspondiente.

1. Calcular los ejes, focos, excentricidad y representar gráficamente cada una de las siguientes elipses:

a) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{64} = 1$ b) $2x^2 + 10y^2 = 20$

2. Determinar las coordenadas de los ejes, focos, vértices y representar gráficamente cada una de las siguientes elipses:

a) $40x^2 + 60y^2 = 600$ b) $50x^2 + 32y^2 = 800$


3. Halla las ecuaciones en forma reducida de las elipses determinadas de las siguientes maneras:

- a) Sus focos son $F_1(-3, 0)$ y $F_2(3, 0)$ y dos de sus vértices son $(-4, 0)$ y $(4, 0)$
- b) Pasa por los puntos $(3, 0)$ y $(2, 1/5)$

4. Halla las ecuaciones en forma reducida de las elipses determinadas de las siguientes maneras:

- a) $F_1(-4, 0)$ y $F_2(4, 0)$ y longitud del eje menor 6
- b) El eje mayor sobre el eje X es 12 y pasa por el punto $(4, 4)$
- c) El eje mayor sobre el eje Y es 4 y su excentricidad es $1/6$

5. Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a $R(-4, 0)$ y $S(4, 0)$ es igual a 10.

Sugerencia: Utilizando GeoGebra 

- a) Localiza los puntos R y S en el plano cartesiano,
- b) Localiza un punto cualquiera (llamémosle P) y traza los segmentos RP y SP
- c) Mide la longitud de estos segmentos y súmala

- d) Mueve el punto P hasta que logres que la suma sea igual a 10
 e) Usando la herramienta para construir elipses, traza la elipse con focos en R y S que pase por el punto P
 f) Para comprobar que ésta es la elipse que buscas, sobre ella coloca un segundo punto sobre la elipse y mide su distancia a R y S. ¿Cuánto mide la suma de sus distancias al punto P?

6. Escribe la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los focos $R(0, -3)$ y $S(0, 3)$ es igual a 10. **Sugerencia:** Usa el mismo procedimiento del ejercicio anterior

7. Escribe la ecuación de una elipse con centro en el origen de coordenadas y focos en el eje de abscisas, sabiendo que pasa por el punto $P(10, -4)$ y que su eje mayor es igual al doble del menor.

Sugerencia:

- a) Usando GeoGebra, localiza los focos F_1 y F_2 de acuerdo a la información del enunciado
 b) Localiza en el plano al punto $P(10, -4)$
 c) Traza la elipse con focos en F_1 y F_2 que pase por P
 d) Usando la herramienta correspondiente, coloca en la vista algebraica la longitud del eje mayor y la del eje menor. De esta forma, encuentra la elipse deseada.

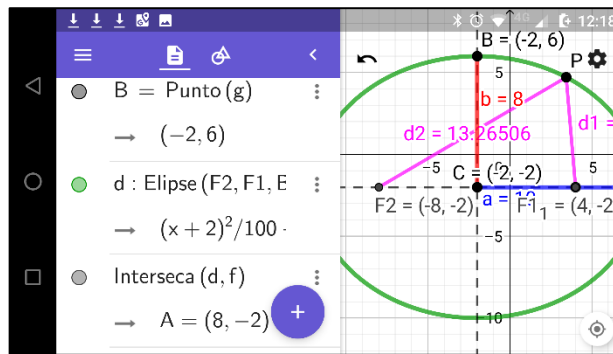
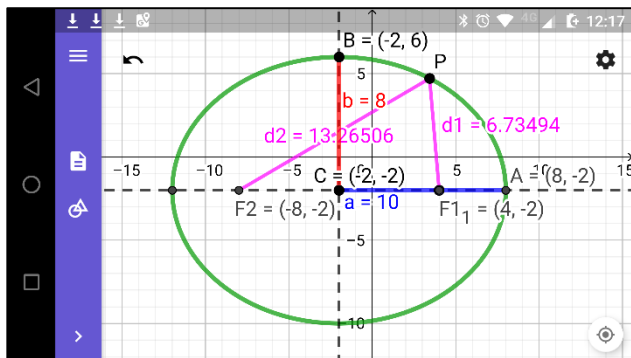
Exploración 3.

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de elipse obtenida en su práctica anterior para elipses con centro $C(h, k)$ y eje mayor paralelo al eje X.

2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **elipse3.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. Para los dos casos de elipses que se analizaron con anterioridad, ¿cuál era la ubicación del centro de la elipse?

3. En la elipse que ahora tienes en pantalla, coloca el centro C en las posiciones que se indican en la tabla siguiente y anota su ecuación en la segunda columna tomándola de la vista algebraica de tu pantalla.

Ubicación del centro de la elipse, C	Ecuación $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
(2, 3)	
(3, -2)	
(-4, -1)	
(-3, 4)	
(-2, -5)	

4. Gráficamente, ¿qué representan h y k ? _____

5. Gráficamente, ¿qué representan a , b , y c , y qué nombre reciben? _____

6. Grafica las elipses siguientes y determina, en cada caso su ecuación

$C(h, k)$	$F_1(h + c, k)$	$B(h, k + b)$	$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$
(-2, 3)	(2, 3)	(-2, 6)	
(-3, 5)	(1, 5)	(-3, 8)	
(-4, -3)	(0, -3)	(-4, 0)	
(5, 2)	(11, 2)	(5, 10)	
(5, 0)	(11, 0)	(5, 8)	
(-1, 1)	(5, 1)	(-1, 9)	
(-2, -2)	(4, -2)	(-2, 6)	

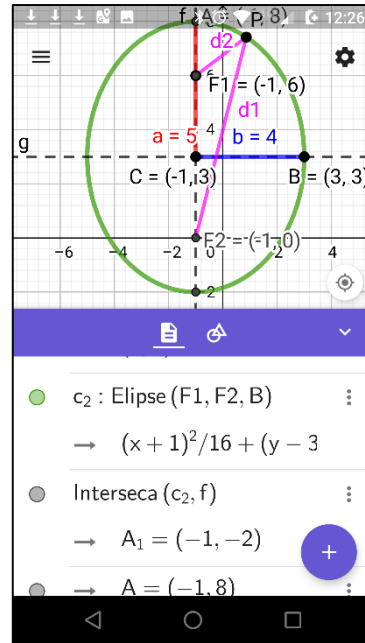
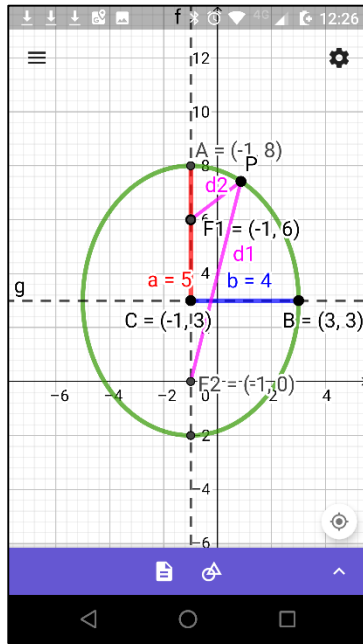
Exploración 4.

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de elipse obtenida en su práctica anterior para elipses con centro $C(h, k)$ y eje perpendicular al eje X.

2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **elipse4.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. Si comparas la elipse que ahora tienes en tu pantalla, con las del caso anterior, ¿qué diferencia encuentras entre ellas?

3. En la elipse que ahora tienes en pantalla, coloca el centro C en las posiciones que se indican en la tabla siguiente y anota su ecuación en la segunda columna tomándola de la vista algebraica de tu pantalla.

Ubicación del centro de la elipse, C	Ecuación $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$
(-2, 4)	
(-3, 2)	
(1, 3)	
(4, 1)	
(-2, -1)	

4. Gráficamente, ¿qué representan h y k ? _____

5. Gráficamente, ¿qué representan a , b y c y qué nombre reciben? _____

6. Grafica las elipses siguientes y determina, en cada caso, su ecuación

$C(h, k)$	$F_1(h, k + c)$	$B(h + b, k)$	$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$
(-2, -1)	(-2, 2)	(2, -1)	
(2, -3)	(2, 0)	(6, -3)	
(3, 6)	(3, 9)	(7, 6)	
(-4, 4)	(-4, 7)	(0, 4)	
(-5, 3)	(-5, 6)	(-1, 3)	
(3, 1)	(3, 4)	(7, 1)	
(2, -2)	(2, 1)	(6, -2)	

3. BATERÍA DE EJERCICIOS

1. Calcular los ejes, focos, vértices y representar gráficamente cada una de las siguientes elipses:

a) $40x^2 + 60y^2 = 600$

b) $50x^2 + 32y^2 = 800$

2. Calcular los ejes, focos, vértices y representar gráficamente cada una de las siguientes elipses:

a) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

b) $\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

3. Dada la ecuación

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9}$$

Encontrar F_1 , C , a , b y c

4. Hallar la ecuación de la elipse con $F_1(7, 2)$ y de centro $O(4, 2)$.