

Exploraciones. La Hipérbola

Exploración 1

Elaborada por: María del Socorro Valero Cázarez
Jaime Maya Chi
Ma. Guadalupe Barba Sandoval

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de hipérbola obtenida en su práctica anterior para hipérbolas con focos sobre el eje X y centro en el origen.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ¹	COMPETENCIAS GENÉRICAS ²	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES ³
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo. 	<p>Colaboración y trabajo en equipo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

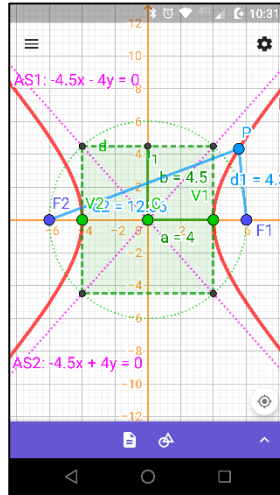
¹ <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

² http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competiciones_altares.pdf

³ https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

2. PROCEDIMIENTO

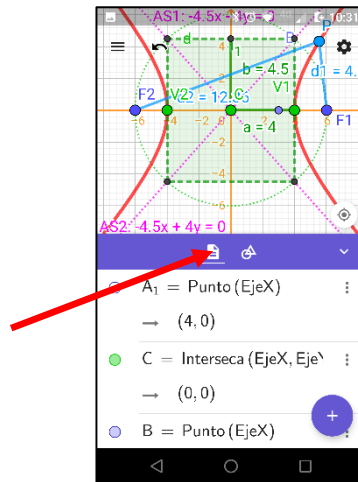
1. Descarga y abre el archivo **hipérbola1.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



Después de contestar las preguntas siguientes, coméntalas con tus compañeros de equipo

2. ¿Cómo se llaman los puntos F1 y F2? _____

Ahora, pulsa primero el ícono de la calculadora para tener a la **vista gráfica** y la **vista algebraica** en pantalla.



Mueve el punto P que se encuentra sobre la hipérbola. ¿Qué sucede cuando mueves el punto P de una de las ramas de la hipérbola a la otra? ¿porqué sucede esto? _____

3. Ahora, ubica al punto P en 5 diferentes posiciones y llena la tabla siguiente, tanto en la rama izquierda de la hipérbola como en la rama derecha:

A(x, y)	d1	d2	d1-d2

4. ¿Qué representan los segmentos d1 y d2? _____

5. ¿Cómo son los valores de |d1-d2| para cada una de las diferentes posiciones que elegiste para el punto P? _____

6. ¿Cuál es el nombre de los puntos V1 y V2? _____

7. ¿Cómo se denomina la recta sobre la que se ubican los puntos F1, F2, V1 y V2? _____

8. ¿Cuál es el nombre del eje perpendicular al eje sobre el que se localizan F1 y F2? _____

9. ¿Qué nombre recibe el segmento **a**? _____

10. ¿Qué nombre recibe el segmento **b**? _____

11. Si comúnmente se identifican las coordenadas del punto F1 como (c, 0), examina con detenimiento la construcción geométrica en tu dispositivo e identifica ¿cuál es la relación que existe entre **a**, **b** y **c**? _____

12. ¿Qué nombre reciben las rectas **AS1** y **AS2** y qué relación tienen éstas con la hipérbola? Para dar respuesta a esta pregunta, desplaza en tu pantalla la construcción geométrica de tal forma que puedas observar los extremos tanto de las rectas AS1 y AS2 como de la hipérbola _____

13. Enseguida, ubica los puntos V1 y F1 en las posiciones que se indican en la tabla que sigue y llena el resto de las celdas auxiliándote de la información disponible en la vista algebraica de tu dispositivo.

V1	F1	a	b	c	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{b}{a}$	Ecuación AS1	Ecuación AS2
(6, 0)	(4, 0)							
(4, 0)	(2, 0)							
(4, 0)	(1, 0)							
(5, 0)	(2, 0)							

(6, 0)	(2, 0)						
--------	--------	--	--	--	--	--	--

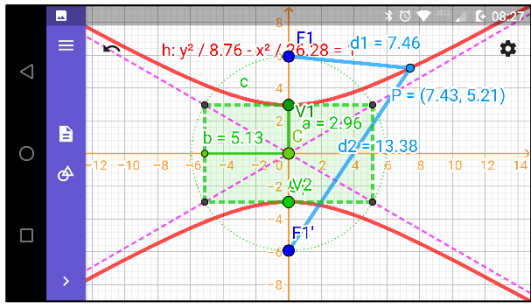
Exploración 2

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de hipérbola obtenida en su práctica anterior para hipérbolas con focos y vértices sobre el eje Y y centro en el origen.

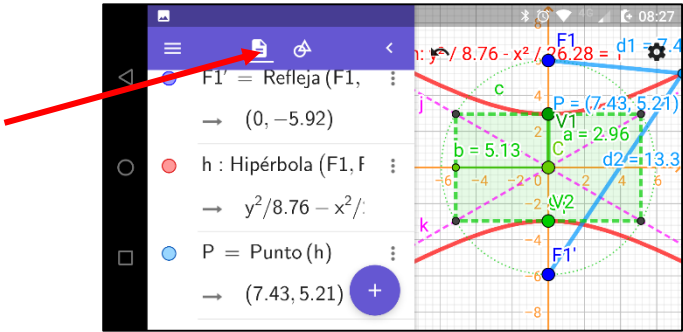
2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **hipérbola2.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. ¿Cómo se llaman los puntos F1 y F2? _____

Ahora, pulsa el ícono de la calculadora para tener la **vista gráfica** y la **vista algebraica** en pantalla.



Mueve el punto P que se encuentra sobre la hipérbola, ubícalo en 5 diferentes posiciones y llena la tabla siguiente, tanto en la rama izquierda de la hipérbola como en la rama derecha:

A(x, y)	d1	d2	d1-d2

7. ¿Qué representan los segmentos d_1 y d_2 ? _____
8. ¿Cómo son los valores de $|d_1-d_2|$ para cada una de las diferentes posiciones que elegiste para el punto P? _____
9. ¿Cuál es el nombre de los puntos V_1 y V_2 ? _____
10. ¿Cómo se denomina la recta sobre la que se ubican los puntos F_1 , F_2 , V_1 y V_2 ? _____
11. ¿Cuál es el nombre del eje perpendicular al eje sobre el que se localizan F_1 y F_2 ? _____
12. ¿Qué nombre recibe el segmento **a**? _____
13. ¿Qué nombre recibe el segmento **b**? _____
14. Si comúnmente se identifican las coordenadas del punto F_1 como $(0, c)$, examina con detenimiento la construcción geométrica e identifica ¿cuál es la relación que existe entre **a**, **b** y **c**? _____
15. ¿Qué nombre reciben las rectas **AS1** y **AS2** y qué relación tienen éstas con la hipérbola? _____

16. Enseguida, ubica los puntos V_1 y F_1 en las posiciones que se indican en la tabla que sigue y llena el resto de las celdas auxiliándote de la información disponible en la vista algebraica de tu dispositivo.

V_1	F_1	a	b	c	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$	$\frac{b}{a}$	Ecuación AS1	Ecuación AS2
(0, 6)	(0, 4)							
(0, 4)	(0, 2)							
(0, 4)	(0, 1)							
(0, 5)	(0, 2)							
(0, 6)	(0, 2)							

3. BATERÍA DE EJERCICIOS

- Hallar la ecuación de la hipérbola de foco $F(4, 0)$, de vértice $A(2, 0)$ y de centro $C(0, 0)$.
- Hallar la ecuación de la hipérbola que tiene como focos los puntos $F'(-5, 0)$ y $F(5, 0)$, y 6 como diferencia de los radios vectores.
- Hallar las coordenadas de los vértices y de los focos, las ecuaciones de las asíntotas y la excentricidad de la hipérbola $9x^2 - 16y^2 = 144$.

4. Hallar la ecuación de la hipérbola de foco $F(0, 5)$, de vértice $A(0, 3)$ y de centro $C(0, 0)$.
5. Hallar la ecuación de la hipérbola de foco $F(7, 2)$, de vértice $A(5, 2)$ y de centro $C(3, 2)$.
6. Hallar la ecuación de la hipérbola de foco $F(-2, 5)$, de vértice $A(-2, 3)$ y de centro $C(-2, -5)$.
7. Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de las siguientes hipérbolas.

a)
$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = 1$$

b)
$$\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{25} = 1$$

c)
$$9y^2 - 16x^2 = 1296$$

d)
$$2x^2 - 3y^2 = 30$$

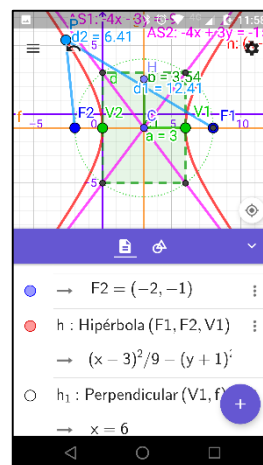
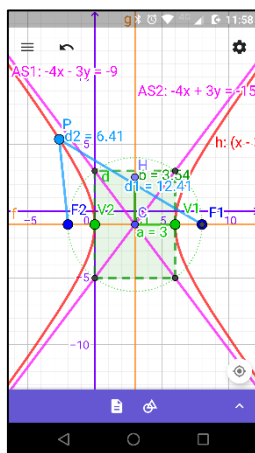
Exploración 3.

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y algebraicamente, la definición de hipérbola obtenida en su práctica anterior para hipérbolas con centro $C(h, k)$ y eje transverso paralelo al eje X.

2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **hipérbola3.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. Desplaza el centro $C(h, k)$ de forma que lo ubiques en las diferentes posiciones que se indican en la tabla siguiente y llena cada una de las celdas.

Ubicación del centro $C(h, k)$	Ubicación del foco F1 $F1(h + c, k)$	Ubicación del vértice $V1(h + c, k)$	a	b	c	Ecuación de la hipérbola $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$
$C(2, 3)$	$F1(,)$	$V1(,)$	2	3		
$C(-2, 3)$	$F1(,)$	$V1(,)$	3	2		
$C(-1, -4)$	$F1(,)$	$V1(,)$	4	3		
$C(3, -2)$	$F1(,)$	$V1(,)$	2	2		
$C(-1, -9/2)$	$F1(,)$	$V1(,)$	3	4		

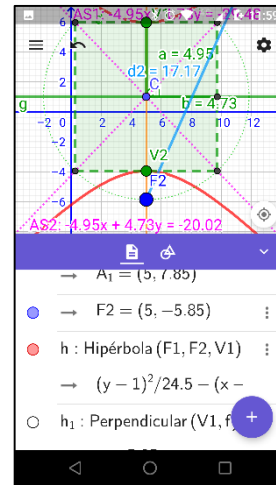
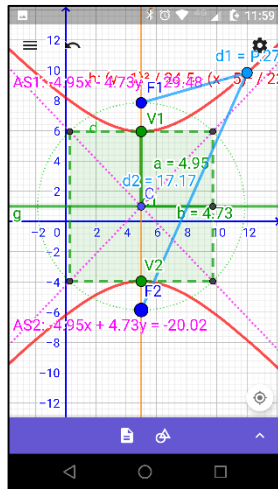
Exploración 4.

1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de hipérbola obtenida en su práctica anterior para hipérbolas con centro $C(h, k)$ y eje transversal perpendicular al eje X.

2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **hipérbola4.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. Desplaza el centro $C(h, k)$ de forma que lo ubiques en las diferentes posiciones que se indican en la tabla siguiente y llena el resto de las celdas.

Ubicación del centro $C(h, k)$	a	b	c	Ecuación de la elipse $\frac{(y - k)^2}{b^2} - \frac{(x - h)^2}{a^2} = 1$
$C(2, 3)$	2	1		
$C(-2, 3)$	3	2		

$C(-1, -4)$	4	3		
$C(3, -2)$	5	4		
$C(-1, -9/2)$	4	5		

Comprueba, algebraicamente, que se cumplan las ecuaciones de la columna 5. De ser necesario, solicita apoyo a tu maestra(o).

3. BATERÍA DE EJERCICIOS

Para cada uno de los ejercicios siguientes, construye su gráfica.

1. Calcula la ecuación de la hipérbola que tiene su centro en el punto $C(2, 2)$, un vértice en el punto $V_1(17, 2)$ y un foco en $F_1(-15, 2)$.
2. Calcula la ecuación y todos los elementos de la hipérbola que tiene sus vértices en los puntos $V_1(1, 4)$ y $V_2(-5, 4)$ y la longitud de su eje conjugado es igual a 8 unidades.
3. Calcula la ecuación y todos los elementos de la hipérbola vertical cuyo eje transversal mide 16 unidades y su eje conjugado mide 12 unidades, y tiene su centro en el punto $C(-1, 7)$.
4. Calcula la ecuación y todos los elementos de la hipérbola que tiene su centro en el punto $C(-1, -4)$ y uno de sus vértices en el punto $(-1, 12)$ y cuya excentricidad es $e = 17/8$. (Investiga la definición de excentricidad).
5. Calcula la ecuación y todos los elementos de la hipérbola horizontal que tiene su centro en el punto $C(3, -3)$, excentricidad $e = 13/12$, y longitud del eje transversal igual a 48 unidades.